

УДК: 519.257

Мультифрактальные и энтропийные статистики сейсмического шума на Камчатке в связи с сильнейшими землетрясениями

А. А. Любушин^{1,a}, Г. Н. Копылова^{2,b}, В. А. Касимова^{2,c},
Л. Н. Таранова^{2,d}

¹Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН,
Россия, 123242, г. Москва, ул. Б. Грузинская, д. 10, стр. 1

²Камчатский филиал Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба
Российской академии наук»,
Россия, 683006, г. Петропавловск-Камчатский, бульвар Пийпа, д. 9

E-mail: ^a lyubushin@yandex.ru, ^b gala@emsd.ru, ^c vika@emsd.ru, ^d lara7@emsd.ru

Получено 14.09.2023.

Принято к публикации 25.09.2023.

В основу изучения свойств сейсмического шума на Камчатке положена идея, что шум является важным источником информации о процессах, предшествующих сильным землетрясениям. Рассматривается гипотеза, что увеличение сейсмической опасности сопровождается упрощением статистической структуры сейсмического шума и увеличением пространственных корреляций его свойств. В качестве статистик, характеризующих шум, использованы энтропия распределения квадратов вейвлет-коэффициентов, ширина носителя мультифрактального спектра сингулярности и индекс Донохо–Джонстона. Значения этих параметров отражают сложность: если случайный сигнал близок по своим свойствам к белому шуму, то энтропия максимальна, а остальные два параметра минимальны. Используемые статистики вычисляются для шести кластеров станций. Для каждого кластера станций вычисляются ежесуточные медианы свойств шума в последовательных временных окнах длиной 1 сутки, в результате чего образуется 18-мерный (3 свойства и 6 кластеров станций) временной ряд свойств. Для выделения общих свойств изменения параметров шума используется метод главных компонент, который применяется для каждого кластера станций, в результате чего информация сжимается до 6-мерного ежесуточного временного ряда главных компонент. Пространственные когерентности шума оцениваются как совокупность максимальных попарных квадратичных спектров когерентности между главным компонентами кластеров станций в скользящем временном окне длиной 365 суток. С помощью вычисления гистограмм распределения номеров кластеров, в которых достигаются минимальные и максимальные значения статистик шума в скользящем временном окне длиной 365 суток, оценивалась миграция областей сейсмической опасности в сопоставлении с сильными землетрясениями с магнитудой не менее 7.

Ключевые слова: сейсмический шум, вейвлеты, энтропия, мультифракталы, многомерный временной ряд, главные компоненты, когерентность

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственных заданий № 075-01271-23 и FMWU-2022-0018.

© 2023 Алексей Александрович Любушин, Галина Николаевна Копылова, Виктория Александровна Касимова, Лариса Николаевна Таранова

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 519.257

Multifractal and entropy statistics of seismic noise in Kamchatka in connection with the strongest earthquakes

A. A. Lyubushin^{1,a}, G. N. Kopylova^{2,b}, V. A. Kasimova^{2,c}, L. N. Taranova^{2,d}

¹Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences,
10/1 Bolshaya Gruzinskaya st., Moscow, 123242, Russia

²Kamchatka Branch, Geophysical Survey, Russian Academy of Sciences,
9 boulevard Piipa, Petropavlovsk-Kamchatskii, 683006, Russia

E-mail: ^a lyubushin@yandex.ru, ^b gala@emsd.ru, ^c vika@emsd.ru, ^d lara7@emsd.ru

Received 14.09.2023.

Accepted for publication 25.09.2023.

The study of the properties of seismic noise in Kamchatka is based on the idea that noise is an important source of information about the processes preceding strong earthquakes. The hypothesis is considered that an increase in seismic hazard is accompanied by a simplification of the statistical structure of seismic noise and an increase in spatial correlations of its properties. The entropy of the distribution of squared wavelet coefficients, the width of the carrier of the multifractal singularity spectrum, and the Donoho–Johnstone index were used as statistics characterizing noise. The values of these parameters reflect the complexity: if a random signal is close in its properties to white noise, then the entropy is maximum, and the other two parameters are minimum. The statistics used are calculated for 6 station clusters. For each station cluster, daily median noise properties are calculated in successive 1-day time windows, resulting in an 18-dimensional (3 properties and 6 station clusters) time series of properties. To highlight the general properties of changes in noise parameters, a principal component method is used, which is applied for each cluster of stations, as a result of which the information is compressed into a 6-dimensional daily time series of principal components. Spatial noise coherences are estimated as a set of maximum pairwise quadratic coherence spectra between the principal components of station clusters in a sliding time window of 365 days. By calculating histograms of the distribution of cluster numbers in which the minimum and maximum values of noise statistics are achieved in a sliding time window of 365 days in length, the migration of seismic hazard areas was assessed in comparison with strong earthquakes with a magnitude of at least 7.

Keywords: seismic noise, wavelets, entropy, multifractals, multidimensional time series, principal components, coherence

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 6, pp. 1507–1521 (Russian).

The work was supported by Ministry of Education and Science of Russia, within the framework of state assignments No. 075-01271-23 and FMWU-2022-0018.

1. Введение

Источником энергии сейсмического фона Земли являются в основном воздействия атмосферных циклонов на земную поверхность и океанских волн на шельф и побережье [Ardhuin et al., 2011; Aster, McNamara, Bromirski, 2008; Friedrich, Kruger, Klinge, 1998; Kobayashi, Nishida, 1998; Koper, Seats, Benz, 2010; Rhie, Romanowicz, 2004; Tanimoto, 2005]. Естественно предположить, что, поскольку земная кора и верхняя мантия являются средой распространения сейсмических волн, внутренние процессы отражаются в изменении статистических свойств сейсмического шума, и изучение этих свойств позволяет рассматривать особенности строения земной коры [Berger, Davis, Ekstrom, 2004; Fukao, Nishida, Kobayashi, 2010; Nishida, Montagner, Kawakatsu, 2009], а также изменения свойств шума, предшествующие сильным землетрясениям [Lyubushin, 2018; Lyubushin, 2021c; Lyubushin, 2021b; Lyubushin, 2022; Lyubushin, 2023].

Данная статья представляет дальнейшее развитие методов оценки свойств сейсмического шума на Камчатке и их изменчивости в связи с сильными землетрясениями. Результаты предыдущих исследований по этой теме представлены в работах [Kasimova, Kopylova, Lyubushin, 2018; Lyubushin, Kopylova, Serafimova, 2021; Kopylova et al., 2022].

2. Данные

Сеть состоит из 27 станций, расположение которых показано на рис. 1, *a*. В работе использовались данные регистрации сейсмических сигналов за 2011–2022 гг., всего за 12 лет наблюдений. Сеть станций разбита на шесть кластеров. Это разбиение показано на рис. 1, *a* с помощью полигонов Вороного [Duda, Hart, Stork, 2000], кластеры пронумерованы римскими цифрами, центры кластеров показаны пурпурными кружками и соответствуют центрам тяжести положений станций в кластерах.

За интервал времени 2011–2022 гг. в регионе произошло пять землетрясений с магнитудой не менее 7, эпицентры которых показаны на рис. 1, *a* красными звездочками. Согласно положению эпицентров сейсмические события отнесены к тому или иному кластеру сейсмических станций. На рис. 1, *b* представлены временная последовательность сейсмических событий и значения их моментных магнитуд по каталогу USGS (<http://earthquake.usgs.gov/earthquakes>).

В таблице приведена информация относительно разбиения сети станций на кластеры и о сильных землетрясениях, произошедших в каждом кластере.

Кластер	Центр кластера	N_{sta}	Сильные землетрясения ($M \geq 7$) в кластере
I	156,29E, 52,32N	4	№ 1, 24.05.2013, $M = 8,3$, 153,22E, 54,89N, $H = 598$ № 5, 25.03.2020, $M = 7,5$, 158,70E, 48,96N, $H = 58$
II	158,73E, 52,92N	8	№ 2, 30.01.2016, $M = 7,2$, 158,55E, 53,98N, $H = 177$
III	160,20E, 55,85N	8	Нет
IV	159,32E, 58,43N	2	Нет
V	164,35E, 55,73N	2	№ 3, 17.07.2017, $M = 7,7$, 168,86E, 54,44N, $H = 10$ № 4, 20.12.2018, $M = 7,3$, 164,70E, 55,10N, $H = 17$
VI	165,14E, 60,73N	3	Нет

В этой таблице N_{sta} — число станций в кластере, H — глубина гипоцентра в км.

3. Статистики сейсмического шума

Оценка статистических параметров производилась по суточным фрагментам непрерывных записей сейсмического сигнала на вертикальных каналах, усредненных в окне «1 минута», всего по 1440 отсчетам шума за сутки на каждой из станций.

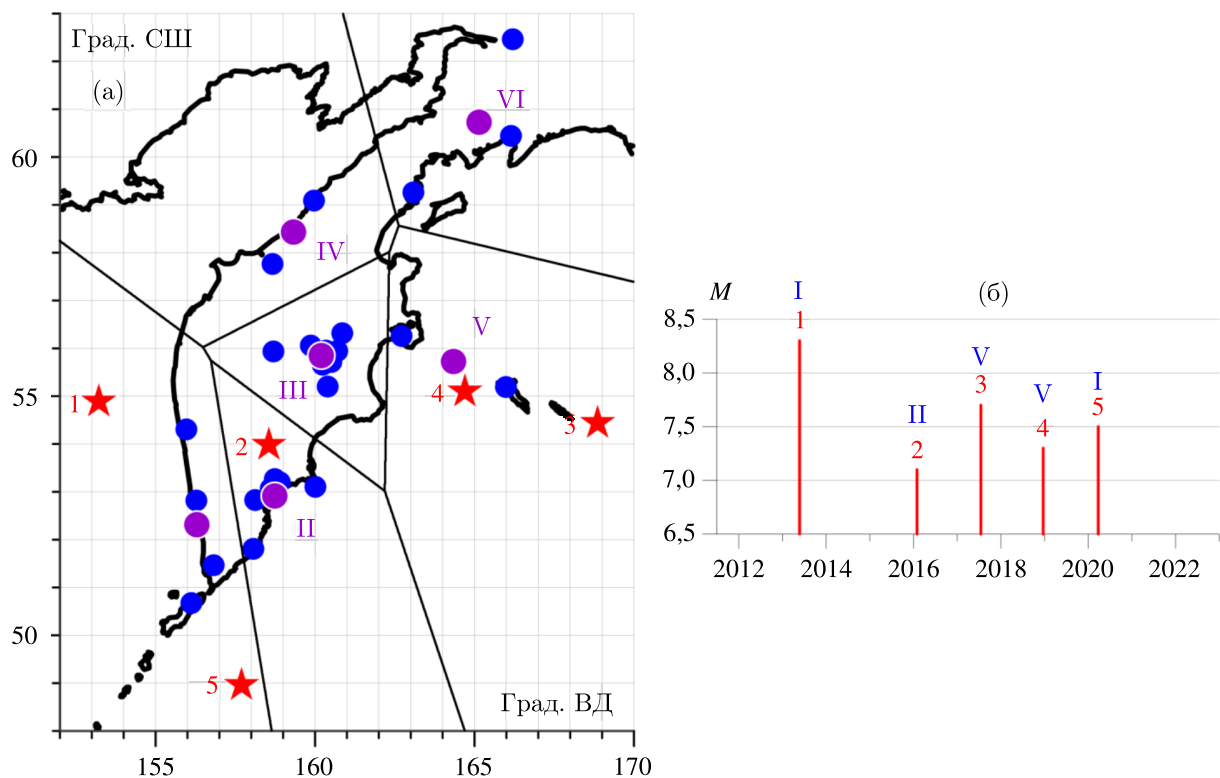


Рис. 1. Схема расположения 27 широкополосных сейсмических станций на Камчатке (синие кружки) и разбиение сети станций на шесть кластеров в виде полигонов Вороного (а): пурпурные кружки — центры кластеров I–VI; пронумерованные красные звездочки — эпицентры пяти землетрясений с $M = 7,2–8,3$ (таблица); на рис. (б) номера 1–5, указанные красным цветом, соответствуют последовательности землетрясений во времени; римскими цифрами синего цвета показаны номера полигонов Вороного и соответствующие кластеры станций, ближайших к очагам землетрясений

Дадим краткое описание трех статистик, используемых для описания временной изменчивости свойств временных рядов сейсмического шума на сети станций. Из них две статистики — нормализованная энтропия En и индекс Донохо–Джонстона γ — определяются на основе вейвлет-анализа. Третья статистика — ширина носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha$ — определяется из мультифрактального анализа спектров сингулярности соответствующих временных рядов непрерывных сейсмических записей на каждой из станций. Все три статистики рассчитывались из последовательных суточных фрагментов сейсмических записей с частотой дискретизации 1 минута для каждой из станций сети.

Нормализованная энтропия. Пусть $x(t)$ — временной ряд случайного сигнала, и пусть $t = 1, \dots, N$ — целочисленный индекс, нумерующий последовательные точки данных (дискретное время). Нормализованная энтропия конечной выборки определяется следующей формулой:

$$En = - \sum_{k=1}^N p_k \cdot \frac{\log(p_k)}{\log(N)}, \quad p_k = \frac{c_k^2}{\sum_{j=1}^N c_j^2}, \quad 0 \leq En \leq 1, \quad (1)$$

где c_k — ортогональные вейвлет-коэффициенты. Выберем оптимальный ортогональный вейвлет для рассматриваемой выборки из условия минимума энтропии (1) на конечном множестве вейвлет-базисов Добеши [Малла, 2005] с числом обнуляемых моментов от 1 до 10.

Индекс Донохо–Джонстона. После того как для данного сигнала (временного ряда) определен вейвлет-базис из условия минимума энтропии, мы можем определить набор вейвлет-коэффициентов, которые являются наименьшими по модулю. В вейвлет-фильтрации эти вейвлет-коэффициенты могут быть обнулены перед обратным вейвлет-преобразованием с целью «уменьшения шума» [Donoho, Johnstone, 1995; Малла, 2005]. Мы предполагаем, что шум концентрируется в основном в вариациях на первом уровне детальности, соответствующем наиболее высокочастотным вариациям временного ряда с периодами от $2\Delta t$ до $4\Delta t$, где Δt — шаг дискретизации по времени. В рассматриваемом случае шаг дискретизации временных рядов статистических параметров составляет $\Delta t = 1$ сутки, поэтому первому уровню детальности соответствуют вариации этих временных рядов в диапазоне периодов от 2 до 4 суток.

Из-за ортогональности вейвлет-преобразования дисперсия вейвлет-коэффициентов равна дисперсии исходного сигнала (временного ряда). Таким образом, мы оцениваем стандартное отклонение шума как стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов на первом уровне детализации. Эта оценка должна быть устойчивой, т. е. нечувствительной к выбросам в значениях вейвлет-коэффициентов на первом уровне. Для этого мы использовали робастную медианную оценку стандартного отклонения для нормальной случайной величины:

$$\sigma = \frac{\text{med} \left\{ |c_k^{(1)}|, k = 1, \dots, \frac{N}{2} \right\}}{0,6745}, \quad (2)$$

где $c_k^{(1)}$ — вейвлет-коэффициенты на первом уровне детальности, $\frac{N}{2}$ — число таких коэффициентов. Оценка стандартного отклонения σ из формулы (2) определяет величину $\sigma \sqrt{2 \cdot \ln N}$ как естественный порог для выделения шумовых вейвлет-коэффициентов. Величина $\sigma \sqrt{2 \cdot \ln N}$ известна в вейвлет-анализе как порог Донохо–Джонстона (индекс DJ), а само выражение для этой величины основано на формуле для асимптотической вероятности максимальных отклонений гауссовского белого шума. В результате можно определить безразмерную характеристику сигнала γ , $0 < \gamma < 1$, как отношение числа наиболее информативных вейвлет-коэффициентов, для которых выполнено неравенство $|c_k| > \sigma \sqrt{2 \cdot \ln N}$, к общему числу N всех вейвлет-коэффициентов. Формально чем больше индекс γ , тем более информативным (менее шумовым) является сигнал. Далее значения индекса DJ интерпретируются как мера нестационарности сейсмического шума.

Энтропия сейсмического шума (1) неоднократно применялась в работах [Lyubushin, 2018; Lyubushin, 2020b; Lyubushin, 2020a; Lyubushin, 2021c; Lyubushin, 2021b; Lyubushin, 2021a; Lyubushin, 2022] для анализа изменчивости сейсмического шума в различных регионах Земли и на глобальном уровне в качестве самостоятельного инструмента. По своей конструкции энтропия (1) является также многомасштабной, как и энтропия, предложенная в работах [Costa et al., 2003; Costa, Goldberger, Peng, 2005] для исследования свойств случайных сигналов. В работах [Koutaloni, Vallianatos, 2017; Vallianatos, Koutaloni, Chatzopoulos, 2019] для анализа сейсмического шума была использована неэкстенсивная энтропия Тцалиса. В подходе естественного времени (*natural time*) к анализу случайных данных используется родственное определение энтропии в работах [Varotsos, Sarlis, Skordas, 2003; Varotsos et al., 2004; Varotsos, Sarlis, Skordas, 2011]. Ранее индекс DJ использовался в работах [Lyubushin, 2021a; Lyubushin, 2023] для изучения свойств сейсмического шума на мировой сети сейсмических станций.

Ширина носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha$. Мера изменчивости $\mu_x(t, \delta)$ случайного сигнала $x(t)$ на временном интервале $\left[t - \frac{\delta}{2}, t + \frac{\delta}{2} \right]$ определяется как его диапазон $\mu_x(t, \delta) = \max_{t-\delta/2 \leq u \leq t+\delta/2} x(u) - \min_{t-\delta/2 \leq u \leq t+\delta/2} x(u)$. Рассмотрим среднее значение степени q : $M(\delta, q) = M[(\mu_x(t, \delta))^q]$. Сигнал является масштабно-инвариантным [Taqqu, 1988; Федер, 1991], если $M(\delta, q) \sim \delta^{\rho(q)}$, где M — математическое ожидание при $\delta \rightarrow 0$, то есть существует следующий

предел:

$$\rho(q) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\ln M(\delta, q)}{\ln \delta} \right). \quad (3)$$

Процесс является монофрактальным, если $\rho(q) = Hq$, $H = \text{const}$, $0 < H < 1$, в противном случае, если $\rho(q)$ — нелинейная вогнутая функция от q , сигнал является мультифрактальным. Значение $\rho(q)$ для конечной выборки может быть рассчитано с использованием метода анализа флуктуаций после удаления масштабно зависимых трендов [Kantelhardt et al., 2002]. Временной ряд разбивается на смежные интервалы длины s :

$$I_k^{(s)} = \left\{ t: 1 + (k-1)s \leq t \leq ks, k = 1, \dots, \left[\frac{N}{s} \right] \right\}. \quad (4)$$

Рассмотрим часть сигнала $x(t)$, соответствующую интервалу $I_k^{(s)}$:

$$y_k^{(s)}(t) = x((k-1)s + t), \quad t = 1, \dots, s. \quad (5)$$

Подгоним полином $p_k^{(s,m)}(t)$ порядка m к сигналу $y_k^{(s)}(t)$ и рассмотрим отклонения

$$\Delta y_k^{(s,m)}(t) = y_k^{(s)}(t) - p_k^{(s,m)}(t), \quad t = 1, \dots, s, \quad (6)$$

и сумму

$$Z^{(m)}(q, s) = \left(\frac{\sum_{k=1}^{\lfloor N/s \rfloor} \left(\max_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) - \min_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) \right)^q}{\left[\frac{N}{s} \right]} \right)^{1/q}. \quad (7)$$

Величину (7) можно рассматривать как оценку $(M(\delta_s, q))^{1/q}$.

Представим функцию $h(q)$ как коэффициент линейной регрессии между $\ln(Z^{(m)}(q, s))$ и $\ln(s)$: $Z^{(m)}(q, s) \sim s^{h(q)}$ в пределах диапазона шкал $s_{\min} \leq s \leq s_{\max}$. Минимальное значение шкалы s в формулах (4)–(7) было выбрано 20, максимальное значение равно $s_{\max} = \frac{N}{5}$. Для монофрактального сигнала $h(q) = H = \text{const}$, но в общем случае $\rho(q) = qh(q)$. Мультифрактальный спектр сингулярности $F(\alpha)$ определяется как фрактальная размерность множества моментов времени t , для которых показатель Гельдера – Липшица равен α , что означает $|x(t+\delta) - x(t)| \sim |\delta|^\alpha$, $\delta \rightarrow 0$.

Вычислим сумму Гиббса [Федер, 1991]:

$$W(q, s) = \sum_{k=1}^{\lfloor N/s \rfloor} \left(\max_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) - \min_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) \right)^q. \quad (8)$$

Показатель массы $\tau(q)$ определяется условием $W(q, s) \sim s^{\tau(q)}$. Формула $\tau(q) = \rho(q) - 1 = qh(q) - 1$ следует из (7). Значения показателя степени q в формуле (7) берутся из интервала $[-Q, +Q]$, где Q — некоторое большое число. Используется значение $Q = 10$.

Значения $F(\alpha) = \min_{q \in [-Q, +Q]} (\alpha q - \tau(q))$ рассчитываются для $\alpha \in [A_{\min}, A_{\max}]$, где $A_{\min} = \min_{q \in [-Q, +Q]} \frac{d\tau(q)}{dq}$ и $A_{\max} = \max_{q \in [-Q, +Q]} \frac{d\tau(q)}{dq}$. Производная $\frac{d\tau(q)}{dq}$ рассчитывается численно. Точность его вычисления не важна, поскольку эта производная используется для грубого определения априорного интервала значений α . Величины α_{\min} и α_{\max} определяются как минимальное и максимальное значения α , для которых $F(\alpha) \geq 0$. Таким образом, спектр $F(\alpha)$ определяется по формуле

$$F(\alpha) = \max \left\{ \min_{q \in [-Q, +Q]} (\alpha q - \tau(q)), 0 \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим оценки спектра сингулярности $F(\alpha)$ в скользящем окне. В этом случае его эволюция может дать важную информацию о структуре хаотических пульсаций временного ряда. Ширина носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ является важной характеристикой сигнала и рассматривается как мера разнообразия (сложности) его стохастического поведения.

Мультифрактальные характеристики широко используются для анализа геофизических временных рядов и поиска предвестников сильных сейсмических событий, например [Ramirez-Rojas et al., 2004; Currenti et al., 2005]. Ширина носителя спектра сингулярности традиционно используется для исследования поведения различных нелинейных систем. Уменьшение параметра $\Delta\alpha$, называемое потерей мультифрактальности, является известным эффектом, который предшествует изменениям свойств биологических и медицинских систем [Ivanov et al., 1999; Pavlov, Anishchenko, 2007]. В [Pavlov, Anishchenko, 2007] показано, что потеря мультифрактальности носит универсальный характер и в физических системах. Подход естественного времени имеет свои собственные инструменты, использующие мультифракталы и многомасштабную энтропию для анализа сейсмичности [Sarlis et al., 2015]. Ранее свойство мультифрактальности сейсмического шума использовалось при исследовании эффектов синхронизации поля сейсмических шумов и их прогностических свойств [Lyubushin, 2018; Lyubushin, 2020b; Lyubushin, 2020a; Lyubushin, 2021b].

4. Первая главная компонента

После того как были построены временные ряды En , $\Delta\alpha$, γ для каждой из станций, далее применялся модифицированный метод главных компонент [Айвазян и др., 1989; Jolliffe, 2002] для агрегирования в один временной ряд ежесуточных медианных значений временных рядов En , $\Delta\alpha$, γ , полученных для каждого из шести кластеров станций. Описание используемой модификации метода главных компонент приводится в [Lyubushin, 2018].

Рассмотрим несколько временных рядов $P(t) = (P_1(t), \dots, P_m(t))^T$, $t = 0, 1, \dots$, общей размерностью m . В нашем случае $m = 3$. Необходимо оценить первую главную компоненту в скользящем временном окне длиной L отсчетов. Для этого рассмотрим выборки с временными индексами t при условии $s - L + 1 \leq t \leq s$, s — правый конец временного окна.

Корреляционная матрица $\Phi(s)$ размером $m \times m$ рассчитывается по формулам

$$\Phi(s) = (\varphi_{ab}^{(s)}), \quad \varphi_{ab}^{(s)} = \sum_{t=s-L+1}^s \frac{q_a^{(s)}(t)q_b^{(s)}(t)}{L}, \quad a, b = 1, \dots, m, \quad (10)$$

$$q_a^{(s)}(t) = \frac{P_a(t) - \bar{P}_a^{(s)}}{\sigma_a^{(s)}}, \quad \bar{P}_a^{(s)} = \sum_{t=s-L+1}^s \frac{P_a(t)}{L}, \quad (\sigma_a^{(s)})^2 = \sum_{t=s-L+1}^s \frac{(P_a(t) - \bar{P}_a^{(s)})^2}{L-1}, \quad a = 1, \dots, m. \quad (11)$$

Пусть $\theta^{(s)} = (\theta_1^{(s)}, \dots, \theta_m^{(s)})^T$ — собственный вектор матрицы $\Phi(s)$ с максимальным собственным значением. Вычислим величину

$$\psi^{(s)}(t) = \sum_{\alpha=1}^m \theta_{\alpha}^{(s)} \cdot q_{\alpha}^{(s)}(t) \quad (12)$$

и определим скалярный временной ряд $\psi(t)$ адаптивной первой главной компоненты в скользящем временном окне в соответствии с формулой

$$\psi(t) = \begin{cases} \psi^{(L-1)}(t), & 0 \leq t \leq L-1, \\ \psi^{(t)}(t), & t \geq L. \end{cases} \quad (13)$$

Формулы (10)–(13) применяются независимо в каждом временном окне. Согласно им в первом временном окне для ряда $\psi(t)$, состоящего из L значений, величины главной компоненты рассчитываются согласно (12)–(13). Во всех последующих временных окнах значения временного ряда $\psi(t)$ соответствуют единственным оценкам в крайних правых концах соответствующих окон. Таким образом, вне первого временного окна величины ряда $\psi(t)$ зависят только от прошлых значений $P(t)$. Вычисления главных компонент производились в скользящем временном окне длиной 365 суток с шагом 3 суток.

На рис. 2 в первой–третьей колонках слева приводятся суточные временные ряды статистик индекса Донохо–Джонстона γ , ширины носителя мультифрактального спектра сингулярности $\Delta\alpha$ и минимальной нормализованной энтропии распределения квадратов ортогональных вейвлет-коэффициентов En , соответствующие медианам их суточных значений, вычисленных по 1-минутным записям на всех станциях каждого из выделенных кластеров I–VI. В правой колонке графиков Princ (Principal component) на рис. 2 представлены суточные временные ряды первой главной компоненты свойств временных рядов γ , $\Delta\alpha$ и En .

5. Спектры когерентности

Для дальнейшего анализа оценивались в скользящем временном окне спектры когерентности между двумя временными рядами главных компонент, полученных для каждого из шести кластеров станций, с использованием параметрической модели векторной авторегрессии. Параметрическая модель имеет лучшее разрешение по частоте по сравнению с методами оценки спектров и кросс-спектров, основанными на разложении Фурье [Марпл, 1990].

Для временного ряда $X(t)$ размерности d AR-модель задается формулой

$$X(t) + \sum_{k=1}^p B_k \cdot X(t-k) = \varepsilon(t). \quad (14)$$

Здесь t — дискретный временной индекс, p — порядок авторегрессии, B_k — матрицы коэффициентов авторегрессии размером $d \times d$, $P = M\{\varepsilon(t)\varepsilon^T(t)\}$ — ковариационная матрица размером $d \times d$ остаточного сигнала $\varepsilon(t)$. Матрицы B_k и P вычисляются по процедуре Дарбина–Левинсона [Марпл, 1990].

Параметрическая оценка спектральной матрицы определяется формулой

$$S_{XX}(\omega) = \Phi^{-1}(\omega) \cdot P \cdot \Phi^{-H}(\omega), \quad \Phi(\omega) = E + \sum_{k=1}^p B_k e^{-i\omega k}, \quad (15)$$

где E — единичная матрица размером $d \times d$. Для размерности $d = 2$ спектр квадратичной когерентности рассчитывается по формуле

$$\beta^2(\omega) = \frac{|S_{12}(\omega)|^2}{S_{11}(\omega) \cdot S_{22}(\omega)}. \quad (16)$$

Здесь $S_{11}(\omega)$ и $S_{22}(\omega)$ — диагональные элементы матрицы (15), а $S_{12}(\omega)$ — кросс-спектр.

Чтобы выделить общие компоненты свойств сейсмического шума, вычислим для каждого из шести кластеров станций первую главную компоненту 3 свойств (γ , $\Delta\alpha$, En) согласно формулам (5)–(8) в скользящем временном окне длиной 365 суток с шагом 3 суток.

Для дальнейшего анализа оценивались в скользящем временном окне спектры когерентности между двумя временными рядами главных компонент, полученных для каждого из шести кластеров станций, с использованием параметрической модели векторной авторегрессии. Анализируется изменчивость когерентности между значениями первой главной компоненты свойств шума во времени и по пространству. Для вычисления попарных функций когерентности между значениями первых главных компонент в опорных точках, соответствующих центрам полигонов

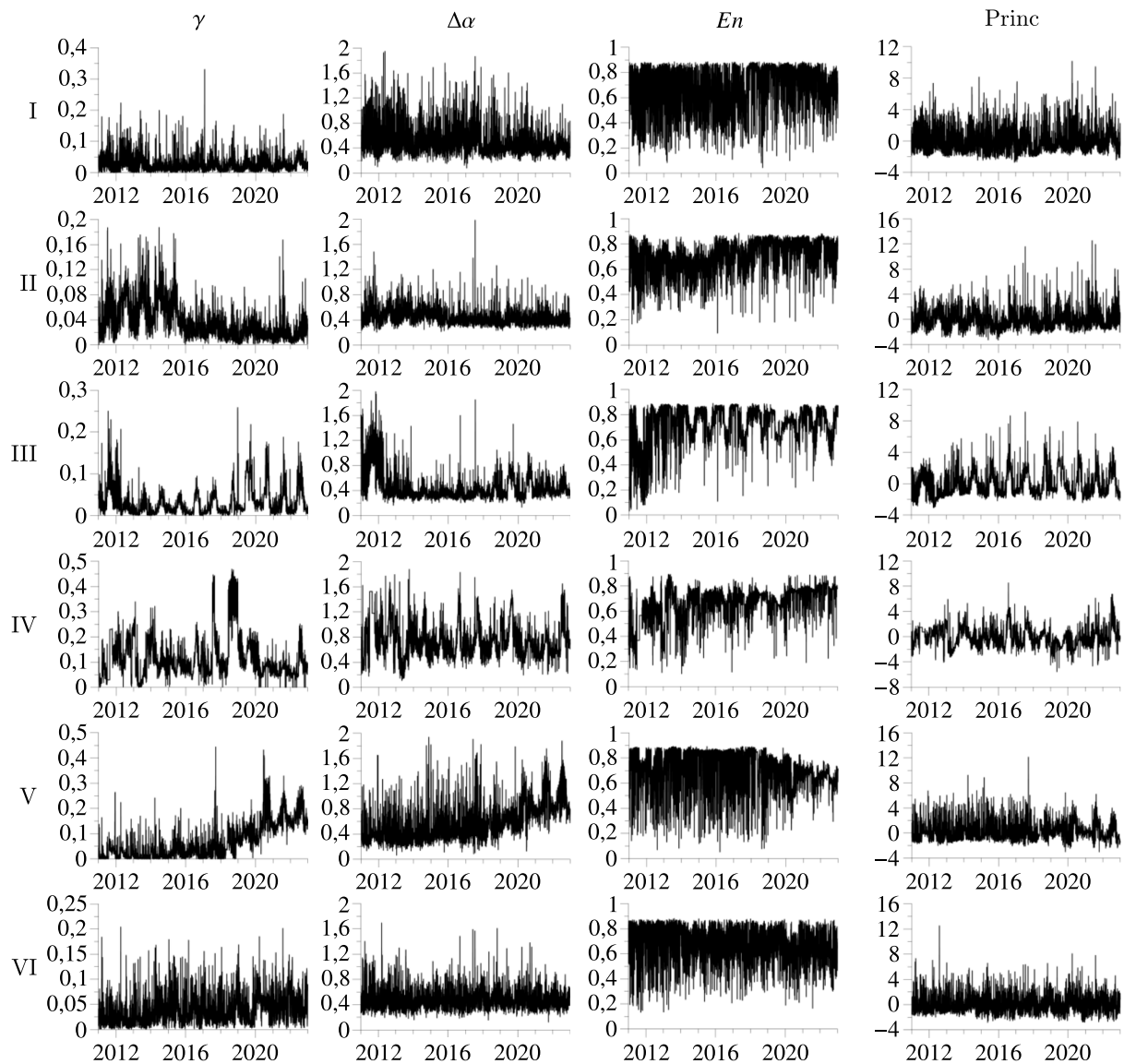


Рис. 2. Суточные временные ряды медианных значений индекса Донохо – Джонстона γ , ширины носителя мультифрактального спектра сингулярности $\Delta\alpha$ и энтропии распределения квадратов ортогональных вейвлет-коэффициентов En , вычисленные для станций, составляющих кластеры I–VI. В колонке Princ (Principal component) представлены графики суточных временных рядов первой главной компоненты свойств временных рядов γ , $\Delta\alpha$ и En , вычисленных в скользящем временном окне длиной 365 суток

Вороного (центрам кластеров), использовалась модель авторегрессии 2-го порядка с предварительным переходом к приращениям временных рядов γ , $\Delta\alpha$, En . Выбор низкого порядка авторегрессии 2 обеспечивает подавление случайных флуктуаций оценок когерентности и получение гладких зависимостей от частоты.

Обозначим через $\lambda_{ij}^{(\tau)}(\omega)$ оценку функции когерентности между значениями главных компонент в кластерах станций с номерами i и j для окна с временной меткой правого конца τ . Пусть $\mu_{ij}^{(\tau)} = \max_{\omega} \lambda_{ij}^{(\tau)}(\omega)$. Вычислим средние значения по всем парам опорных точек:

$$\bar{\mu}(\tau) = \sum_{(i,j)} \frac{\mu_{ij}^{(\tau)}}{M}. \quad (17)$$

В формуле (17) $M = \frac{k(k-1)}{2}$ — число различных пар кластеров из общего их числа k . В нашем случае $k = 6$, $M = 15$.

Выделим пары опорных точек, для которых максимальная когерентность $\mu_{ij}^{(\tau)}$ в текущем временном окне τ превысила порог 0,8, и обозначим через $n(\tau)$ общее число таких пар в каждом временном окне, а через $\rho(\tau)$ — максимальное расстояние между центрами таких кластеров. На рис. 3 представлены изменения величин $\bar{\mu}(\tau)$, $n(\tau)$ и $\rho(\tau)$, отнесенных к правому краю временного окна длиной 365 суток, за период наблюдений 2011–2022 гг.

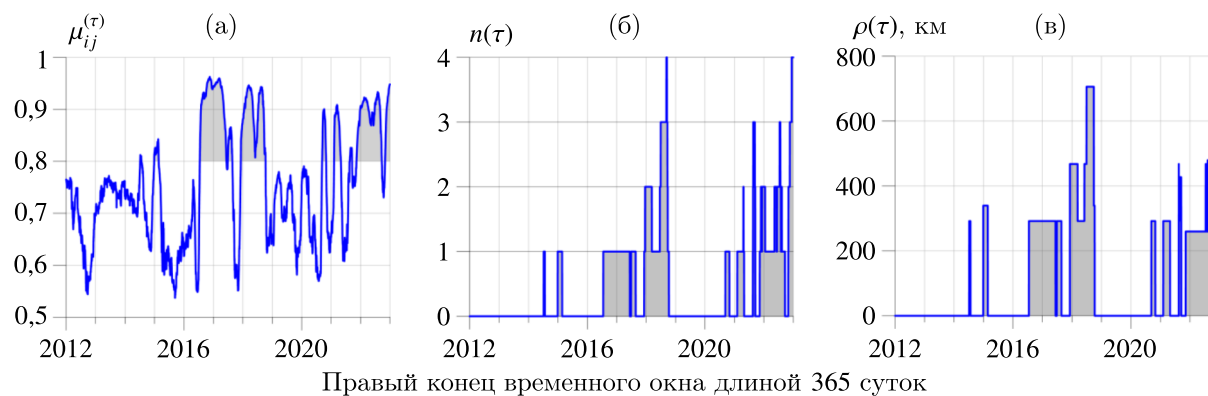


Рис. 3. (а) максимальные значения максимумов квадратичных когерентностей $\mu_{ij}^{(\tau)}$ между первыми главными компонентами трех свойств сейсмического шума в шести кластерах; (б) число пар кластеров $n(\tau)$ из общего числа 15, для которых максимум квадрата когерентности превышал порог 0,8; (в) максимальное расстояние между центрами кластеров $\rho(\tau)$, для которых максимум квадрата когерентности превысил порог 0,8

Графики на рис. 3, а и б характеризуют временные интервалы проявления максимальной когерентности в изменениях параметров сейсмического шума по всем шести кластерам станций, а график 3, в показывает пространственный масштаб проявления такой повышенной когерентности. В частности, из рис. 3 следует, что максимальная когерентность, достигающая величины $\mu_{ij}^{(\tau)} = 0,95$ (рис. 3, а) в изменениях трех свойств сейсмического шума для наибольшего числа кластеров станций $n(\tau) = 4$ (рис. 3, б), наблюдалась в 2018 г. При этом такая повышенная когерентность между свойствами сейсмического шума проявлялась по кластерам станций, расположенных на максимальном расстоянии $\rho(\tau) = 700$ км (рис. 3, в).

Детализация результатов анализа когерентного поведения главных компонент трехмерного ряда параметров сейсмического шума по отдельным кластерам станций приводится на рис. 4 и 5. На рис. 4 можно проследить для отдельных кластеров изменение во времени связи проявления максимальной когерентности в зависимости от числа пар кластеров с таким проявлением эффекта повышенной когерентности свойств сейсмического шума.

На рис. 5 для четырех промежутков времени (1 — 2011–2016 гг.; 2 — 2016 г. – август 2017 г.; 3 — октябрь 2017 г. – октябрь 2018 г.; 4 — сентябрь 2019 г. – декабрь 2022 г.) показаны кластеры станций, для которых отмечаются сильные когерентные связи на уровне $\bar{\mu}(\tau) \geq 0,8$ между вариациями главных компонент трех параметров сейсмического шума. В течение промежутков времени 1 и 2 (2011 – первая половина 2017 гг.) проявления сильной когерентной связи были ограничены 2–3 соседними кластерами станций. С середины 2017 г. по середину 2018 г. (промежуток времени 3) сильные когерентные связи фиксировались уже между четырьмя кластерами станций (I–IV), а в течение промежутка времени 4 (со второй половины 2019 г. по 2022 г.) они проявились во всех пяти кластерах станций, включающих территорию полуострова Камчатка вплоть до Камчатского перешейка, отделяющего полуостров от континентальных районов Корякского нагорья, а также зону сочленения Курило-Камчатского и Алеутского глубоководных желобов.

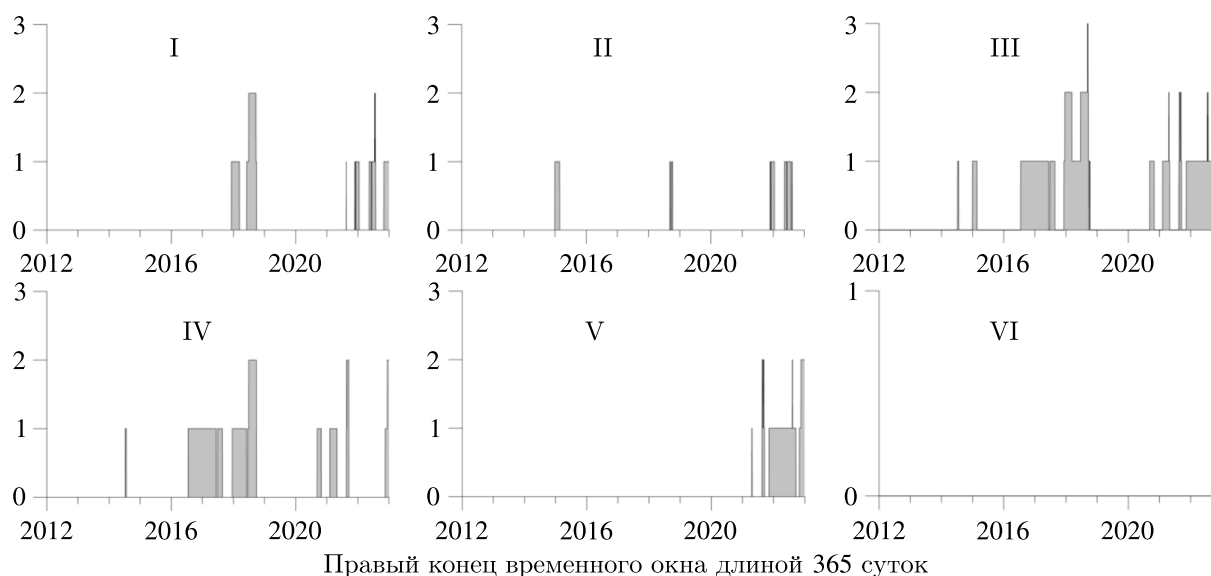


Рис. 4. Графики числа пар кластеров станций (отдельно для каждого из шести кластеров I–VI), для которых возникла максимальная квадратичная когерентность между первыми главными компонентами свойств сейсмического шума, превышающая порог $\bar{\mu}(\tau) \geq 0,8$

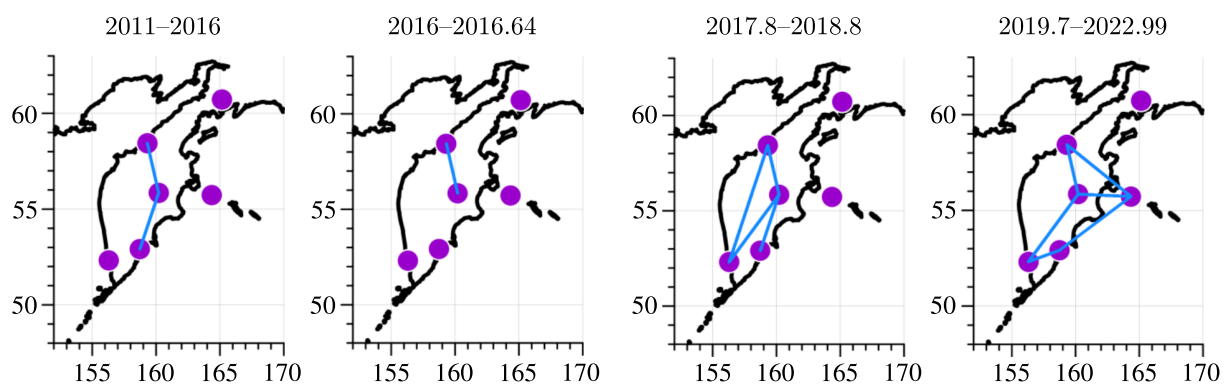


Рис. 5. Синими линиями выделены сильные когерентные связи (максимумы квадратичной когерентности $\bar{\mu}(\tau) \geq 0,8$) между главными компонентами свойств сейсмического шума в кластерах станций для четырех промежутков времени. Промежутки времени представлены как интервалы значений правых концов временных окон длиной 365 суток со смещением 3 суток

Таким образом, выполненный анализ трех свойств сейсмического шума по сети станций с ее разделением на кластеры демонстрирует увеличение области проявления сильных когерентных связей в районе полуострова Камчатка в течение 2017–2022 гг. с максимальным проявлением такого эффекта со второй половины 2019 г. по 2022 г.

6. Экстремальные значения статистик шума

Как было показано ранее в работах [Lyubushin, 2018; Lyubushin, 2021c; Lyubushin, 2021b; Lyubushin, 2021a; Lyubushin, 2022], увеличение опасности сильных землетрясений в различных сейсмоактивных регионах сопровождается уменьшением параметров γ и $\Delta\alpha$ и увеличением энтропии En сейсмического шума. Из предшествующих работ авторов [Kasimova, Korylova, Lyubushin, 2018; Korylova et al., 2022] следует аналогичный вывод в отношении уменьшения величины $\Delta\alpha$ и увеличения энтропии En в периоды, предшествующие землетрясениям № 1, № 2

и № 5, произошедшим в южной части рассматриваемой территории. Параметр сейсмического шума γ (индекс DJ) применительно к данным сети камчатских станций ранее не применялся и рассматривается впервые в настоящей работе.

В соответствии с установленными признаками повышения сейсмической опасности в изменениях параметров γ , $\Delta\alpha$ и En , определенный интерес представляет анализ изменчивости распределения экстремальных значений всех трех статистик шума в скользящем временном окне. Для этого в каждом временном окне длиной 365 суток вычислялись гистограммы распределения номеров кластеров, в которых достигались минимумы значений γ и $\Delta\alpha$ и максимумы энтропии En . Далее для каждого временного окна вычислялась их средняя гистограмма. Результаты усреднения гистограмм представлены на рис. 6 в зависимости от положения правого конца временного окна.

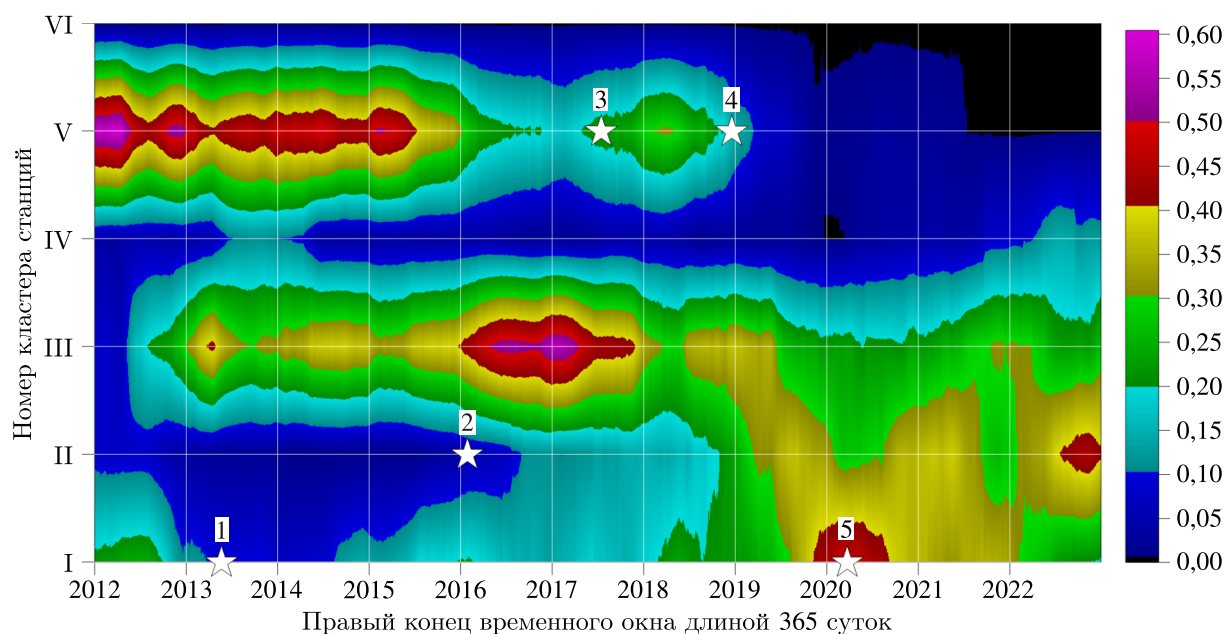


Рис. 6. Средняя гистограмма распределения номеров кластеров станций, в которых реализуются минимальные значения индекса γ , ширины носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha$ и максимальных значений энтропии En в последовательных окнах длиной 365 суток. Звездочками отмечены времена сильных землетрясений (таблица), расположение которых соотносено с ближайшим кластером станций

На рис. 6 прослеживается миграция сейсмической опасности по свойствам сейсмического шума с севера на юг: от района кластера V (северо-восток) в 2011–2015 гг. в район кластера III (центр, 2016–2017 гг.) и со второй половины 2018 г. по конец 2022 г. в район кластеров I и II (юго-восток и юго-запад).

Отметим, что общий характер такой миграции областей повышенной сейсмической опасности в 2011–2022 гг. соответствует последовательности возникновения наиболее сильных землетрясений в регионе с магнитудами 7,5 и более. В первую очередь это можно отнести к сейсмическим событиям № 3 и № 5. Перед этими землетрясениями предшествующие им области опасности в пределах расположения станций, образующих ближайшие кластеры, проявлялись в течение не менее 6 лет перед событием № 3 и в течение примерно полутора лет перед событием № 5.

В отношении самого сильного события № 1 с $M = 8,3$ невозможно сделать какие-либо оценки предшествующей миграции сейсмической опасности, так как это землетрясение произошло всего через 2,5 года после начала наблюдений по сети широкополосных сейсмических станций в районе Камчатки.

7. Выводы

Представленная методика обработки непрерывных записей сейсмического шума на сети широкополосных станций в районе полуострова Камчатка в 2011–2022 гг. позволяет диагностировать эффекты увеличения спектральной когерентности в изменениях трехмерных временных рядов нормализованной энтропии En , индекса Донохо – Джонстона γ и ширины носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha$ по отдельным кластерам сейсмических станций и по всей сети, а также проследивать пространственно-временную миграцию областей опасности сильных землетрясений на основе проявления экстремальных значений статистических параметров – максимумов En и минимумов γ , $\Delta\alpha$.

Следует отметить, что в работе [Pavlov, Sosnovtseva, Mosekilde, 2003] численно исследовались спектры сингулярности для последовательности времен возврата в сечения Пуанкаре для систем двух связанных осцилляторов Ресслера и Лоренца. При наличии достаточно сильной связи эти осцилляторы синхронизируются. Оказалось, что синхронизация осцилляторов приводит к существенному уменьшению ширины носителя спектра сингулярности $\Delta\alpha$. Таким образом, потеря мультифрактальности является проявлением тенденции к синхронизации шума и к увеличению пространственного радиуса корреляций флуктуаций шума, что является признаком приближения к критическому явлению (катастрофе) [Гилмор, 1984; Николис, Пригожин, 1990], к которому можно отнести и увеличение сейсмической опасности.

В результате были оценены временные интервалы проявления максимальной спектральной когерентности в изменениях параметров сейсмического шума по кластерам станций и по всей сети. С использованием выявленного ранее признака роста опасности сильных землетрясений, проявляющегося в уменьшении величин γ , $\Delta\alpha$ и увеличении En , выделено смещение областей повышенной сейсмической опасности с севера на юг региона и соответствие такой миграции последовательности возникновения двух наиболее сильных землетрясений с $M = 7,7$ и $7,5$. Обнаружены эффекты выраженного роста сильных когерентных связей между параметрами сейсмического шума в пределах кластеров станций на территории полуострова Камчатка.

Список литературы (References)

- Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. — М.: Финансы и статистика, 1989.
- Ayvazyan S. A., Buhstaber V. M., Enyukov I. S., Meshalkin L. D. Prikladnaya statistika. Klassifikaciya i snizhenie razmernosti [Applied Statistics. Classification and reduction of dimensionality]. — Moscow: Finansy i statistika, 1989 (in Russian).
- Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: в 2-х книгах. — М.: Мир, 1984.
- Gilmore R. Catastrophe theory for scientists and engineers. — New York: John Wiley and Sons, Inc.: 1981. (Russ. ed.: Gilmor R. Prikladnaya teoriya katastrof. — Moscow: Mir, 1984.)
- Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. — М.: Мир, 2005.
- Mallat S. A wavelet tour of signal processing. — Second edition. — San Diego, London, Boston, New York, Sydney, Tokyo, Toronto: Academic Press, 1999. (Russ. ed.: Mallat S. Veivlety v obrabotke signalov. — Moscow, Mir, 2005.)
- Марпл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1990.
- Marple S. L. (Jr) Digital spectral analysis with applications. — New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1987. (Russ. ed.: Marpl S. L. Cyfrovoy spektralnyi analiz i ego prilozheniya. — Moscow: Mir, 1990.)
- Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. — М.: Мир, 1990.
- Nicolis G., Prigogine I. Exploring complexity, an introduction. — New York: W. H. Freedman and Co., 1989. (Russ. ed.: Nikolis G., Prigozhin I. Pojznanie slozhnogo. — Moscow: Mir, 1990.)
- Федер Е. Фракталы. — М.: Мир, 1991.
- Feder J. Fractals. — New York, London: Plenum Press, 1988. (Russ. ed.: Feder E. Fraktaly. — Moscow: Mir, 1991.)
- Ardhuin F., Stutzmann E., Schimmel M., Mangeney A. Ocean wave sources of seismic noise // Journal of Geophysical Research. — 2011. — Vol. 116. — P. C09004.

- Aster R., McNamara D., Bromirski P.* Multidecadal climate induced variability in microseisms // *Seismological Research Letters*. — 2008. — Vol. 79. — P. 194–202.
- Berger J., Davis P., Ekstrom G.* Ambient earth noise: a survey of the global seismographic network // *Journal of Geophysical Research*. — 2004. — Vol. 109. — P. B11307.
- Costa M., Goldberger A. L., Peng C.-K.* Multiscale entropy analysis of biological signals // *Physical Review*. — 2005. — Vol. 71. — P. 021906.
- Costa M., Peng C.-K., Goldberger A. L., Hausdorf J. M.* Multiscale entropy analysis of human gait dynamics // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. — 2003. — Vol. 330, No. 1. — P. 53–60.
- Currenti G., del Negro C., Lapenna V., Telesca L.* Multifractality in local geomagnetic field at Etna volcano, Sicily (southern Italy) // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. — 2005. — Vol. 5. — P. 555–559.
- Donoho D. L., Johnstone I. M.* Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage // *Journal of the American Statistical Association*. — 1995. — Vol. 90, Iss. 432. — P. 1200–1224.
- Duda R. O., Hart P. E., Stork D. G.* Pattern classification. — New York, Chichester, Brisbane, Singapore, Toronto: Wiley-Interscience Publication, 2000.
- Friedrich A., Kruger F., Klinge K.* Ocean-generated microseismic noise located with the Grafenberg array // *Journal of Seismology*. — 1998. — Vol. 2, No. 1. — P. 47–64.
- Fukao Y. K., Nishida K., Kobayashi N.* Seafloor topography, ocean infragravity waves, and background Love and Rayleigh waves // *Journal of Geophysical Research*. — 2010. — Vol. 115. — P. B04302.
- Ivanov P. Ch., Amaral L. A. N., Goldberger A. L., Havlin S., Rosenblum M. B., Struzik Z. et al.* Multifractality in healthy heartbeat dynamics // *Nature*. — 1999. — Vol. 399. — P. 461–465.
- Jolliffe I. T.* Principal component analysis. — Springer Series in Statistics. — New York, NY: Springer, 2002.
- Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Koncsienly-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H. E.* Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // *Physica A*. — 2002. — Vol. 316. — P. 87–114.
- Kasimova V. A., Kopylova G. N., Lyubushin A. A.* Variations in the parameters of background seismic noise during the preparation stages of strong earthquakes in the Kamchatka region // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. — 2018. — Vol. 54. — No. 2. — P. 81–95.
- Kobayashi N., Nishida K.* Continuous excitation of planetary free oscillations by atmospheric disturbances // *Nature*. — 1998. — Vol. 395. — P. 357–360.
- Koper K. D., Seats K., Benz H.* On the composition of Earth's short-period seismic noise field // *Bulletin of the Seismological Society of America*. — 2010. — Vol. 100, No. 2. — P. 606–617.
- Kopylova G., Kasimova V., Lyubushin A., Boldina S.* Variability in the statistical properties of continuous seismic records on a network of stations and strong earthquakes: a case study from the Kamchatka peninsula, 2011–2021 // *Applied Sciences*. — 2022. — Vol. 12. — P. 8658. — <https://doi.org/10.3390/app12178658>
- Koutalonis I., Vallianatos F.* Evidence of non-extensivity in Earth's ambient noise // *Pure and Applied Geophysics*. — 2017. — Vol. 174. — P. 4369–4378. — <https://doi.org/10.1007/s00024-017-1669-9>
- Lyubushin A.* Connection of seismic noise properties in Japan and California with irregularity of Earth's rotation // *Pure and Applied Geophysics*. — 2020a. — Vol. 177. — P. 4677–4689. — <https://doi.org/10.1007/s00024-020-02526-9>
- Lyubushin A.* Global seismic noise wavelet-based measure of nonstationarity // *Pure and Applied Geophysics*. — 2021a. — Vol. 178. — P. 3397–3413. <https://doi.org/10.1007/s00024-021-02850-8>
- Lyubushin A.* Investigation of the global seismic noise properties in connection to strong earthquakes // *Frontiers in Earth Science*. — 2022. — Vol. 10. — P. 905663. — <https://doi.org/10.3389/feart.2022.905663>

- Lyubushin A.* Low-frequency seismic noise properties in the Japanese islands // *Entropy*. — 2021b. — Vol. 23. — P. 474. — <https://doi.org/10.3390/e23040474>
- Lyubushin A.* Spatial correlations of global seismic noise properties // *Applied Sciences*. — 2023. — Vol. 13, No. 12. — P. 6958. — <https://doi.org/10.3390/app13126958>
- Lyubushin A.* Synchronization of geophysical fields fluctuations // *Complexity of seismic time series: measurement and applications* / T. Chelidze, L. Telesca, F. Vallianatos (eds.). — Amsterdam, Oxford, Cambridge: Elsevier, 2018. — Chapter 6. — P. 161–197. — <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-813138-1.00006-7>
- Lyubushin A.* Trends of global seismic noise properties in connection to irregularity of Earth's rotation // *Pure and Applied Geophysics*. — 2020a. — Vol. 177. — P. 621–636. — <https://doi.org/10.1007/s00024-019-02331-z>
- Lyubushin A. A.* Seismic noise wavelet-based entropy in Southern California // *Journal of Seismology*. — 2021a. — Vol. 25. — P. 25–39. — <https://doi.org/10.1007/s10950-020-09950-3>
- Lyubushin A. A., Kopylova G. N., Serafimova Yu. K.* The relationship between multifractal and entropy properties of seismic noise in Kamchatka and irregularity of the Earth's rotation // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. — 2021. — Vol. 57, No. 2. — P. 279–288. — <https://doi.org/10.1134/S106935132102004X>
- Nishida K., Montagner J., Kawakatsu H.* Global surface wave tomography using seismic hum // *Science*. — 2009. — Vol. 326 (5949). — P. 112.
- Pavlov A. N., Anishchenko V. S.* Multifractal analysis of complex signals // *Uspekhi fizicheskikh nauk, Russ. Acad. Sci.* — 2007. — Vol. 50, No. 8. — P. 819–834. — <https://doi.org/10.1070/PU2007v050n08ABEH006116>
- Pavlov A. N., Sosnovtseva O. V., Mosekilde E.* Scaling features of multimode motions in coupled chaotic oscillators // *Chaos, Solitons and Fractals*. — 2003. — Vol. 16. — P. 801–810.
- Ramirez-Rojas A., Munoz-Diosdado A., Pavia-Miller C. G., Angulo-Brown F.* Spectral and multifractal study of electroseismic time series associated to the $M_w = 6.5$ earthquake of 24 October 1993 in Mexico // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. — 2004. — Vol. 4. — P. 703–709.
- Rhie J., Romanowicz B.* Excitation of Earth's continuous free oscillations by atmosphere-ocean-seafloor coupling // *Nature*. — 2004. — Vol. 431. — P. 552–554.
- Sarlis N. V., Skordas E. S., Varotsos P. A., Nagao T., Kamogawa M., Uyeda S.* Spatiotemporal variations of seismicity before major earthquakes in the Japanese area and their relation with the epicentral locations // *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*. — 2015. — Vol. 112. — P. 986–989. — <https://doi.org/10.1073/pnas.1422893112>
- Tanimoto T.* The oceanic excitation hypothesis for the continuous oscillations of the Earth // *Geophysical Journal International*. — 2005. — Vol. 160. — P. 276–288.
- Taqqu M. S.* Self-similar processes // *Encyclopedia of statistical sciences*. — Vol. 8. — New York, NY: Wiley, 1988. — P. 352–357.
- Vallianatos F., Koutaloni I., Chatzopoulos G.* Evidence of Tsallis entropy signature on medicane induced ambient seismic signals // *Physica A*. — 2019. — Vol. 520. — P. 35–43. — <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.12.045>
- Varotsos P. A., Sarlis N. V., Skordas E. S.* Long-range correlations in the electric signals that precede rupture: Further investigations // *Physical Review*. — 2003. — Vol. 67. — P. 021109. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.67.021109>
- Varotsos P. A., Sarlis N. V., Skordas E. S.* Natural time analysis: the new view of time. Precursory seismic electric signals, earthquakes and other complex time series. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
- Varotsos P. A., Sarlis N. V., Skordas E. S., Lazaridou M. S.* Entropy in the natural time domain // *Physical Review*. — 2004. — Vol. 70. — P. 011106. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.011106>